LEKCJA 6

Gry powtarzane w nieskończoność

W grach powtarzanych w nieskończoność gracze stosują wybrany typ strategii: wet za wet, wet za dwa wety, pamiętliwy itd. Jeśli gracz kooperuje dzisiaj, to oczekuje wyższą wypłatę z tytułu tej współpracy.

Strategie w grach powtarzalnych:

wet za wet – każda rozgrywka zaczyna się od współpracy; w następnej kolejce wybieraj tę strategię, którą przeciwnik zagrał w poprzedniej kolejce (czyli strategia ta jest (i) nie zdradza jako pierwsza, (ii) za zdradę odpowiada zdradą, (iii) po ukaraniu zdrady wyciąga rękę na zgodę, (iv) jej decyzje są łatwe do przewidzenia)

wet za dwa wety - wybacza jedną zdradę, odpłaca się dopiero za drugą

prostoduszny wet za wet - w zasadzie zachowuje się jak wet za wet ale od czasu do czasu niespodziewanie zdradza

pamiętliwy – raz zdradzony zawsze zdradza

Przykład: gra pryncypał-agent (strategia *pamiętliwy*)

- jeśli agent zostanie przyłapany na oszustwie (np. obijanie się w pracy), to pryncypał wyrzuci go z pracy, czyli zaoferuje płace=0
- jeśli firma zapłaci niższą stawkę niż obiecywała, to agent nigdy nie zaoferuje swoich usług ponownie temu pryncypałowi

Przykład: Dylemat więźnia powtarzany w nieskończoność
Nie możemy stosować metody indukcji wstecz, ponieważ nie ma ostatniego okresu.

δ - stopa dyskontowa (czyli pieniężna wartość czasu) $\delta=1/(1+r)=PV$

Jeśli graczom zależy na czasie ($\delta \to 0$), to gracze są niecierpliwi i nie będą czekać na przyszłe korzyści wynikające z dzisiejszej współpracy, czyli jest im obojętna przyszła wypłata.

Jeśli graczom nie zależy na czasie ($\delta \to 1$, czyli $r \to 0$), to gracze są cierpliwi i współpraca przyniesie większe korzyści (ponieważ ukaranie za zdradę staje się istotne gdyż krótkookresowa korzyść z tytułu zdrady jest mniejsza od zdyskontowanego strumienia wypłat przy współpracy).

Jeśli obaj gracze wybiorą strategię *pamiętliwy* $\Rightarrow$ żaden nie ma bodźca do jednostronnej zdrady grając „nie przyznać się” (jeśli $\delta>1/2$). Taka strategia gwarantuje SPNE (nie jest to jedyna SPNE – „przyznać się” dla obu graczy jest również SPNE).

$$\Downarrow$$

(1) W grach niepowtarzanych z jedną niekooperacyjną NE, może istnieć kooperacyjna SPNE jeśli będziemy grę powtarzać nieskończenie wiele razy. Jednak nie jest to wtedy jedyna SPNE.
(2) Można osiągnąć kooperacje w grach powtarzanych w nieskończoność poprzez zagranie strategii *pamiętliwy*.
(3) Kooperacje jest łatwiej osiągnąć jeśli gracze mają wysoką stopę dyskontową

Przykłady stosowania strategii *wet-za-wet*:

Najczęściej firmy stosują taką strategie w walce cenowej – „jeśli konkurencja utrzymują ceny na wysokim poziomie, ja również utrzymam wysokie ceny; w przeciwnym razie obniżę cenę w następnym okresie”. Oferty promocyjne są ostrzeżeniem dla konkurencji, żeby nie obniżali swoich cen.

Twierdzenie popularne (*folk theorem*):
Przy wystarczająco wysokiej stopie dyskontowej ($\delta\to1$, czyli jeśli gracze są dostatecznie cierpliwi) w grach powtarzających się w nieskończoność, każdy wybrany z pośród dostępnych indywidualnie racjonalnych zbiorów wypłat stanowi wynik SPNE.

czyli nie wystarczy znalezienie kooperacyjnej SPNE w grze powtarzającej się w nieskończoność żeby stwierdzić że wszystkie gry tego typu będą zawsze kończyć się kooperacją (kooperacja jest jednym z możliwych rozwiązań).

Przykład: Negocjacje przeprowadzane w nieskończoność
W grze nie ma ostatniego ruchu $\Rightarrow$ nie można zastosować metody indukcji wstecz. Wszystkich NE jest nieskończenie wiele, ale SPNE jest skończona.
s_W - najwyższa wypłata na jaką gracz I może liczyć w całej grze

Rozwiązanie:

Gracz I wybierze w pierwszym okresie $f(s_W) = s_W$ czyli najwyższą możliwą wypłatę w pierwszym okresie (jest to wynik z poprzedniej gry)

Skoro nie ma w grze ostatniego ruchu, nie ma też końca deprecjacji ponieważ jest to procentowa deprecjacja (niestała)

$$\Downarrow$$

$$s_W = 1/(1+\delta) \text{ czyli zdyskontowana stopa dyskontowa}$$

wypłata SPNE: $\{s_1^*, 1-s_1^*\} = \{1/(1+\delta), \delta/(1+\delta)\}$ czyli dla r=1% gracz I zaproponuje {0.50, 0.50} w pierwszym okresie i gracz II zaakceptuje ofertę.

Lokalizacyjne modele poziomego zróżnicowania produktów

uproszczone modele H.Hotelinga (1929) i S.Salop (1979) – wybór lokalizacji (zróżnicowania) produktów przy ustalonej cenie.